

## MERANIE TEPLOTNÉHO SÚČINITELĽA ELEKTRICKÉHO ODPORU KOVOV POMOCOU NEODYMOVÉHO MAGNETU

Simona Dudáková, Petra Králiková, Boris Lacsny

Katedra fyziky, Fakulta prírodných vied UKF v Nitre, SR

**Abstrakt:** S experimentom spúšťania magnetu cez dutú trubicu sa stretávame v školách často. Používa sa najmä na demonštráciu Lenzovho a Faradayovho zákona elektromagnetickej indukcie a Foucaultových (vívivých) prúdov. V tomto príspevku popisujeme deje, ktoré prebiehajú počas pádu magnetu cez trubicu a ukazujeme, že pomocou tohto jednoduchého experimentu sa dá určiť aj teplotný súčiniteľ elektrického odporu. Experiment je veľmi jednoduchý a na jeho realizáciu sú potrebné ľahko dostupné pomôcky. Časovo je tiež nenáročný a dá sa uskutočniť aj počas vyučovania.

**Kľúčové slová:** teplotný súčiniteľ elektrického odporu, indukované prúdy, elektrický odpor

### Úvod

Experiment je jedným z najdôležitejších aspektov fyzikálneho bádania. Má motivačnú, overovaciu, ale aj bádateľskú funkciu. Stimuluje žiakov, aby sa zamýšľali nad podstatou dejov a javov alebo overuje ich fyzikálnu predstavivosť. Jedným z týchto motivačných experimentov, ktorý sa často používa pri oboznamovaní žiakov s elektromagnetickou indukciou je pád magnetu cez vodivú nemagnetickú trubicu z hliníka, medi alebo z mosadze [1, 2, 3]. Jedná sa však o komplexný experiment, kde môžeme pozorovať niekoľko fyzikálnych dejov. Nielen Faradayov a Lenzov zákon, ale aj vlastnosti elektrického odporu v závislosti od geometrie trubice (rôzne hrúbky a rôzne materiály) [3].

Tento experiment však môžeme postaviť aj ako overovací experiment pri štúdiu závislosti elektrického odporu na teplote [4].

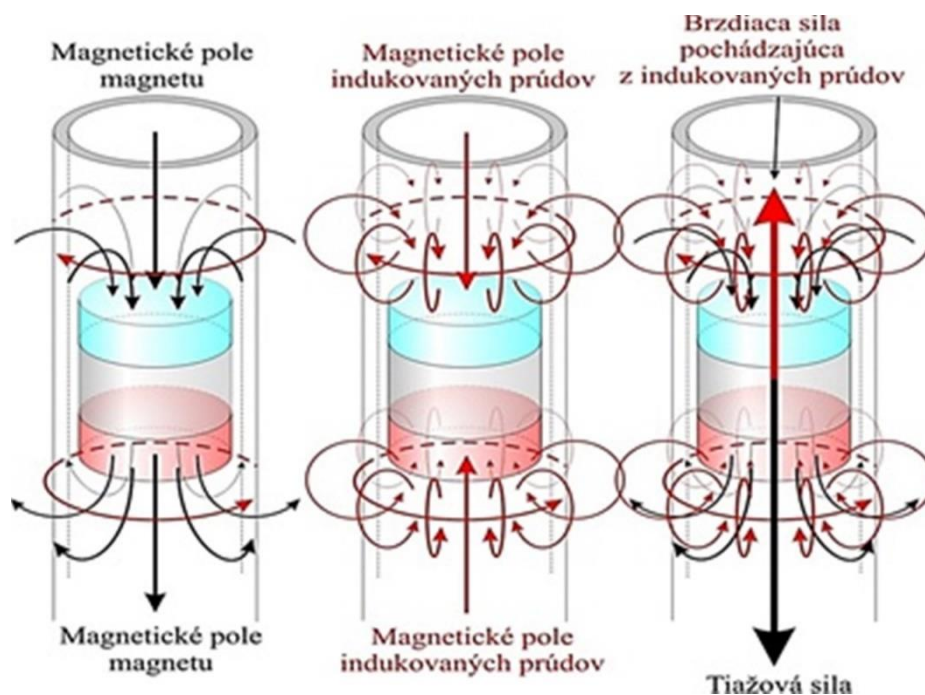
Meraním môžeme overiť hodnotu teplotného súčiniteľa elektrického odporu pre hliník, meď a mosadz. Ide o jednoduchý experiment aplikovateľný takmer v každej škole, keďže pomôcky, ktoré sú potrebné na jeho vykonanie patria medzi základnú výbavu každého fyzikálneho laboratória. Experiment je možné zaradiť do vyučovacieho procesu ako aktivitu, ktorá môže mať fixačný charakter.

V škole je možné aktivitu zrealizovať viacerými spôsobmi. Žiaci môžu pracovať v skupinách, kde každá skupina má trubicu z iného materiálu prípadne rovnakého, kde si potom môžu porovnať výsledky. Ďalšia možnosť je, ak celá trieda zrealizuje experiment spoločne pre trubice z rôznych druhov materiálov.

### Teoretický úvod

Pokiaľ necháme voľne padať magnet cez dutú kovovú nemagnetickú trubicu, budeme pozorovať spomalenie pádu magnetu. V trubici sa indukujú magnetické polia vďaka vznikajúcim indukovaným prúdom. V zmysle Lenzovho zákona je indukované magnetické pole orientované tak, aby svojimi účinkami pôsobilo proti zmene, ktorá ho vyvolala. Magnet je teda brzdený magnetickou silou, ktorá je dôsledkom vírivých (Foucaultových) prúdov v trubici. Magnetická sila pôsobí proti pohybu magnetu a má rovnakú veľkosť ako tiažová sila, ale opačný smer (Obr. 1) [2, 3].

Dôsledkom toho je, že magnet sa pohybuje konštantnou rýchlosťou, teda koná rovnomerný priamočiary pohyb. Experimentom sa môžeme jednoducho presvedčiť, že rýchlosť padajúceho magnetu závisí od teploty, čo znamená, že pri nižších teplotách má rýchlosť menšiu ako pri vyšších teplotách, no počas celého pádu je jeho rýchlosť konštantná. Je to dôsledok závislosti elektrického odporu od teploty. Pokiaľ bude teplota trubice nižšia ako izbová teplota, odpor trubice bude nižší a teda už pri nižšom indukovanom napätí sa indukuje dostatočný prúd na zastavenie zrýchleného pádu magnetu – magnet teda bude padať nižšou rýchlosťou.



Obr. 1 Magnetické pole a indukované prúdy vyvolané magnetom [5]

Na odvodenie vzťahu pre výpočet teplotného súčiniteľa elektrického odporu  $\alpha$  budeme vychádzať z toho, že zmena potenciálnej energie magnetu prechádzajúceho cez trubicu je rovná Joulovemu teplu  $Q$ , ktoré vzniká vďaka elektrickému odporu trubice, ktorou tečie indukovaný prúd, keďže kinetická energia sa nemení lebo rýchlosť  $v$  magnetu je konštantná [1]

$$\Delta E_p = Q. \quad (1)$$

Mechanizmus vírivých prúdov je spojený s uvoľňovaním tepla, preto sa trubica zahrieva.

Zmena potenciálnej energie nie je závislá od teploty, a teda pre dve merania pri rôznych teplotách trubice platí

$$\Delta E_p = Q_1 = Q_2, \quad (2)$$

kde  $Q_1$  je teplo pri teplote  $T_1$  a  $Q_2$  je teplo pri teplote  $T_2$ .

Zo základnej školy vieme, že pre Joulovo teplo  $Q$  dodané trubici, ktorou prechádza indukovaný prúd  $I$  za čas  $t$  platí

$$Q = U I t. \quad (3)$$

Keďže veľkosť indukovanej magnetickej sily v trubici je úmerná veľkosti indukovaného prúdu a nie napätia, tak s využitím Ohmovho zákona v tvare

$$U = R I \quad (4)$$

dostávame pre Joulovo teplo vzťah

$$Q = R I^2 t \quad (5)$$

a postupným dosadením (5) do (2) dostávame rovnicu

$$R_1 I_1^2 t_1 = R_2 I_2^2 t_2. \quad (6)$$

Pre dve merania s tým istým magnetom a trubicou len pri rôznych teplotách  $T_1$  a  $T_2$  nameriame rôzne časy  $t_1$  a  $t_2$ . Rýchlosť magnetov  $v_1$  a  $v_2$  je rôzna, ale konštantná počas pádu. Magnetická sila, ktorá pôsobí proti tiažovej sile je tiež rovnaká v oboch prípadoch keďže rýchlosť magnetov je konštantná. Teda veľkosť indukovaného prúdu, ktorý vytvára indukované magnetické pole je rovnaká pre oba prípady

$$I_1 = I_2. \quad (7)$$

S využitím rovnosti (7) dostávame

$$R_1 t_1 = R_2 t_2, \quad (8)$$

kde  $R_1$  je odpor vodiča pri teplote  $T_1$ ,  $R_2$  je odpor vodiča pri teplote  $T_2$ .

Vzťah závislosti elektrického odporu od teploty je daný rovnicou  $R = R_0(1 + \alpha\Delta T)$ , kde  $R$  je elektrický odpor vodiča pri teplote  $T$ ,  $R_0$  je elektrický odpor vodiča pri teplote  $T_0$ ,  $\Delta T = T - T_0$  je teplotný rozdiel a  $\alpha$  je teplotný súčiniteľ elektrického odporu. Jeho jednotkou je  $K^{-1}$ . Elektrický odpor so zvyšujúcou teplotou rastie (pri bežných teplotných intervaloch) približne lineárne [6].

Z tejto lineárnej závislosti vyplýva, že teplotný súčiniteľ elektrického odporu  $\alpha$  je len málo závislý od teploty a pre nie príliš široký interval teplôt ho môžeme považovať za konštantný [7,8].

Odpor sa mení v závislosti od teploty, takže odpor  $R_2$  s vyššou teplotou môžeme pomocou odporu  $R_1$  s nižšou teplotou napísať v tvare

$$R_2 = R_1(1 + \alpha\Delta T), \quad (9)$$

kde  $\Delta T = T_2 - T_1$  je zmena teploty.

Dosadením posledného vzťahu (9) do (8) dostávame po úprave vzťah

$$\alpha = \frac{1 - \frac{t_1}{t_2}}{\Delta T}, \quad (10)$$

kde  $\alpha$  je hľadaný teplotný súčiniteľ elektrického odporu,  $t_1$  je čas pádu magnetu cez trubicu s nižšou teplotou,  $t_2$  je čas pádu magnetu cez trubicu s vyššou teplotou.

### Popis experimentu

Na realizáciu experimentu potrebujeme len jednoduché pomôcky (Obr. 2) ako je neodýmový magnet, dutá trubicu, tablety alebo smartfóny a počítač s vhodným programom na úpravu videa. Merania sme uskutočnili pomocou troch dutých trubíc z rôznych materiálov (hliník, meď a mosadz).



Obr. 2 Pomôcky

Na určenie teplotného súčiniteľa elektrického odporu potrebujeme zistiť čas voľného pádu magnetu pusteného cez trubicu pri dvoch rôznych teplotách. Trubice tepelne izolujeme, čím eliminujeme zmenu teploty, ktorú by mohlo ovplyvniť vonkajšie prostredie. Trubicu necháme v miestnosti s izbovou teplotou, pri ktorej urobíme prvé merania. Do stojana prichytíme izolovanú trubicu v zvislom smere, tak znížime chyby merania spôsobené tým, že sa magnet dotýka vnútornej časti trubice. Pripravíme si tablety, smartfóny na nahrávanie videa, na ktoré zachytíme voľný pád magnetu cez trubicu. Meranie opakujeme, aby sme mali minimálne 12 videí. Spracujeme namerané hodnoty v programe *Windows Live Movie Maker* takým spôsobom, že ho zostriháme len na čas, kým bol magnet v trubici. Upravené video začne v čase, keď sa magnet schová do trubice a končí v čase, keď sa prvýkrát objaví z trubice.

Celý postup treba zopakovať aj pri inej teplote. Využijeme vonkajšie chladné počasie, čím zabezpečíme, že teplota trubice sa nemení. Trubicu necháme vonku vychladiť a po ustálení teploty opäť zopakujeme merania, aby sme získali 12 videí, ktoré potom zostriháme.

### Namerané hodnoty a výsledky

Získané hodnoty časov zo zostrihaných videí uvádzame v Tab. 1. Hliník sme merali pri teplotách  $23\text{ }^{\circ}\text{C}$  a  $6,5\text{ }^{\circ}\text{C}$ , meď pri  $24\text{ }^{\circ}\text{C}$  a  $7\text{ }^{\circ}\text{C}$  a mosadz sme merali pri teplotách  $24\text{ }^{\circ}\text{C}$  a  $5,5\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

Tab. 1 Namerané hodnoty pri rôznych teplotách pre hliník, meď a mosadz

n	Hliník		Meď		Mosadz	
	$\frac{t_1^{23^\circ\text{C}}}{s}$	$\frac{t_2^{6,5^\circ\text{C}}}{s}$	$\frac{t_1^{24^\circ\text{C}}}{s}$	$\frac{t_2^{7^\circ\text{C}}}{s}$	$\frac{t_1^{24^\circ\text{C}}}{s}$	$\frac{t_2^{5,5^\circ\text{C}}}{s}$
1	5,49	5,85	5,04	5,43	2,64	2,7
2	5,52	5,88	5,07	5,4	2,64	2,73
3	5,46	5,91	5,07	5,4	2,61	2,7
4	5,43	5,85	5,07	5,37	2,64	2,7
5	5,43	5,88	5,04	5,4	2,64	2,7
6	5,46	5,91	5,04	5,46	2,61	2,7
7	5,52	5,85	5,07	5,43	2,67	2,7
8	5,52	5,88	5,07	5,4	2,67	2,7
9	5,49	5,91	5,04	5,4	2,64	2,7
10	5,46	5,94	5,07	5,4	2,64	2,7
11	5,49	5,94	5,07	5,43	2,67	2,67
12	5,49	5,94	5,01	5,43	2,67	2,7

Z priemerných časov sme využitím vzťahu (10) vypočítali teplotný súčiniteľ elektrického odporu. Relatívnu odchýlku sme určili pomocou  $\delta\alpha = \frac{\Delta t_1}{t_1} + \frac{\Delta t_2}{t_2}$  [9]. V Tab. 2 uvádzame vypočítané a tabuľové hodnoty teplotného súčiniteľa elektrického odporu pre rôzne materiály [10,11].

Tab. 2 Teplotný súčiniteľ elektrického odporu

	Hliník	Meď	Mosadz
$\frac{\alpha \text{ (vypočítaná)}}{\text{K}^{-1}}$	0,00427±0,00060	0,00389±0,00042	0,00110±0,00044
$\frac{\alpha \text{ (tabuľková)}}{\text{K}^{-1}}$	0,00429	0,00386	0,00150

Z nameraných a spracovaných dát sme získali hodnoty blízke tabuľkovým hodnotám, kde sme sa dopustili pre hliník 1,00% relatívnej chyby, pre meď 0,71% relatívnej chyby a pre mosadz 0,82% relatívnej chyby. Tieto chyby merania môžeme považovať za zanedbateľné, pretože vypočítané hodnoty pre teplotný súčiniteľ elektrického odporu sú veľmi blízke tabuľkovým hodnotám.

### Diskusia

Na začiatku sme čas pádu magnetu cez dutú trubicu merali pri chladnejšej teplote tak, že trubicu sme nechali vychladiť v chladničke. Keď bola teplota trubice a teplota v chladničke rovnaká, tak sme trubicu vybrali z chladničky a čo najrýchlejšie spravili dve merania. Trubicu sme opäť dali do chladničky, nakoľko sa jej teplota po vybratí z chladničky rýchlo zvyšovala. Meranie sme opakovali kým sme nezachytili 12 videí pádu magnetu. Videá sme upravili a po spracovaní získaných údajov sme zistili, že máme veľkú chybu merania, čo bolo zapríčinené tým, že išlo o vodivé materiály a teplota trubice sa rýchlo menila. Z tohto dôvodu sme na odstránenie tejto chyby zvolili iný postup, a to že sme meranie uskutočnili vonku v zimnom období, kde sa teplota nemenila.

Počas merania sme však zanedbávali fakt, že prúdy indukované padajúcim magnetom ohrievajú trubicu. Na zistenie zmeny teploty trubice počas merania využijeme vzťah (1).

Zmenu potenciálnej energie vypočítame

$$\Delta E_p = m_m g l, \tag{11}$$

kde  $m_m$  je hmotnosť magnetu,  $g$  je gravitačné zrýchlenie a  $l$  je dĺžka trubice. Množstvo tepla, ktoré trubica prijala je dané vzťahom

$$Q = c m_t \Delta T, \tag{12}$$

kde  $c$  je hmotnostná tepelná kapacita,  $m_t$  je hmotnosť trubice a  $\Delta T$  je zmena teploty trubice, ktorá nastala počas pádu magnetu. Zmenu teploty trubice počas jedného merania možno vypočítať dosadením (11), (12) do vzťahu (1). Tak dostaneme

$$\Delta T = \frac{m_m g l}{c m_t} . \quad (13)$$

Po spracovaní nameraných a tabuľkových hodnôt pre jednotlivé materiály sme získali nasledovné zmeny teplôt trubíc počas merania [12,13]. V prípade hliníkovej trubice sme dostali pre jedno meranie zmenu teploty  $1,79 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}$ , teda pre šesť meraní je to  $0,0108 \text{ }^\circ\text{C}$ . Pre medenú trubicu nám pre jedno meranie vyšla zmena teploty  $2,70 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}$  a pre šesť meraní  $0,0162 \text{ }^\circ\text{C}$ . Pre poslednú trubicu – mosadznú sme dostali pre jedno meranie  $1,33 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}$  a pre šesť meraní  $0,008 \text{ }^\circ\text{C}$ . Nakoľko sme meranie realizovali v prostredí so stálou teplotou, tak trubica sa počas merania spätne ochladzovala, tak tento rozdiel teplôt by mal byť ešte menší. Vidíme, že ide o veľmi malé hodnoty, tak ich môžeme zanedbať.

### Záver

Experiment na zisťovanie teplotného súčiniteľa elektrického odporu nie je náročné zrealizovať na žiadnej škole. Zo získaných hodnôt môžeme naše meranie považovať za úspešné aj napriek istým chybám meraniam. Vypočítaný teplotný súčiniteľ pre hliník je  $0,00427 \text{ K}^{-1}$ , čo je hodnota o  $2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$  menšia ako tabuľková hodnota. Pre meď je vypočítaná hodnota súčiniteľa menšia o  $3 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$  ako tabuľková hodnota  $0,00389 \text{ K}^{-1}$ . Teplotný súčiniteľ pre mosadz je  $4 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$  a tiež sa veľmi málo líši od tabuľkovej hodnoty s rozdielom  $0,00150 \text{ K}^{-1}$ . Chybu merania mohlo ovplyvniť, že pri spracovaní videí pomocou spomenutého programu sme mohli každé video upraviť len v časových intervaloch po troch stotinách sekundy, čo sa prejavilo aj v konečnom výsledku. Ďalšou príčinou môže byť teplota, ktorú sme merali na ortuťovom teplomere s presnosťou na  $0,5^\circ\text{C}$  a predpokladali sme, že teplota trubice ani teplota prostredia sa počas merania nemenila, nakoľko meranie nie je časovo náročné.

### PodĎakovanie

Tento príspevok je podporovaný projektmi UGA VII/2/2016 a UGA VII/7/2016.

### Použitá literatúra

- [1] PATHERE S. R. – HULI S. – LAHANE R. – SAWANT S.: *Low-Cost Timer to Measure the Terminal Velocity of a Magnet Falling Through a Conducting Pipe*, The Physics Teacher, vol. 52, 2014, s. 160
- [2] KINGMAN R. – ROWLAND C. - POPESCU S.: *An experimental observation of Faraday's law of induction*, American Journal Of Physics, vol. 70 (6), 2002, s. 595
- [3] LEVIS Y. – SILVEIRA F. L. – RIZZATO F. B.: *Electromagnetic braking: a simple quantitative model*, American Journal Of Physics, vol. 74 (9), 2006, s. 815
- [4] DELLINGER J. H.: *The temperature coefficient of resistance of copper*, National Bureau of Standards, Vol. 7, 71-101, 1911, s. 147
- [5] TELEKI A. – KLUVANEC D. – LACSNÝ B.: *Fyzika energetiky – Zelená energia*, UKF, Nitra, 2014, s. 88, ISBN 978-80-558-0719-5
- [6] SVOBODA E. - Baník I. – Bartuška K. – KOTLEBA J. – TOMANOVÁ E.: *Fyzika pre 2. ročník gymnázia*, Slovenské pedagogické nakladateľstvo, Bratislava, 1985, s. 200
- [7] ČIČMANEC P.: *Všeobecná fyzika 2 - Elektřina a magnetizmus*, Alfa, Bratislava, 1980, s. 150
- [8] [http://web.tuke.sk/feikf/FEI/LCFEI/NE6\\_navN.pdf](http://web.tuke.sk/feikf/FEI/LCFEI/NE6_navN.pdf) [citované: 22.3.2016]
- [9] VACHEK J. – BEDNAŘÍK M. – KLOBUŠICKÝ K. – MARŠÁK J. – NOVÁK J.: *Fyzika pre 1. ročník gymnázia*, Slovenské pedagogické nakladateľstvo, Bratislava, 1984, s. 239
- [10] <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/tables/rstiv.html> [citované: 22.3.2016]
- [11] [http://www.engineeringtoolbox.com/resistivity-conductivity-d\\_418.html](http://www.engineeringtoolbox.com/resistivity-conductivity-d_418.html) [citované: 22.3.2016]
- [12] HAYNES W. M. a kol.: *CRC Handbook of chemistry and physics*, Taylor and Francis Group, 2013, s. 4-124
- [13] <http://www.kfy.zcu.cz/dokumenty/FP1/tabulky.pdf> [citované: 31.3.2016]

### Adresa autorov

Mgr. Simona Dudáková, Mgr. Petra Králiková, Mgr. Boris Lacsny, PhD.  
 Katedra fyziky, Fakulta prírodných vied, Univerzita Konštantína Filozofa v Nitre  
 Tr. A. Hlinku 1, 949 74, Nitre  
[simona.dudakova@ukf.sk](mailto:simona.dudakova@ukf.sk), [petra.kralikova@ukf.sk](mailto:petra.kralikova@ukf.sk), [blacsny@ukf.sk](mailto:blacsny@ukf.sk)